Теорема 3. *Пусть выполняются условия:*

1) ν^0 *— общий собственный вектор матриц* V_{jk}, *транспонированных к матрицам* U_{jk}, *которому соответствуют собственные числа* λ_{jk}, $k=\overline{1,s_j}$, $j=\overline{1,m}$;

2) ν^l, $l=\overline{1,\varkappa-1}$, *— присоединенные векторы матрицы* $V_{\xi\zeta}$, *соответствующие собственному числу* $\lambda_{\xi\zeta}$, $\zeta\in\{1,\ldots,s_\xi\}$, $\xi\in\{1,\ldots,m\}$, *геометрической кратности* $\varkappa\geqslant 2$;

3) *обыкновенная дифференциальная система* $dw/dz=U_{\xi\zeta}w$ *не имеет первых интегралов*

$$W_{jkl}\colon w\to \mathfrak{x}_{jk}\Psi_l(w)\quad \forall w\in\Omega,\quad l=\overline{1,\varkappa-1},\quad k=\overline{1,s_j},\quad j=\overline{1,m}\quad (k\neq\zeta\ \ \text{при}\ \ j=\xi).$$

Тогда первыми интегралами вполне разрешимой линейной однородной дифференциальной системы (1) *при условии* (3) *будут функции*

$$W_l\colon (z,w)\to\Psi_l(w)-\int\sum_{j=1}^{m}\sum_{k=1}^{s_j}\mu_{jkl}\alpha_{jk}(z)\,dz_j\quad \forall(z,w)\in G\times\Omega,\quad l=\overline{1,\varkappa-1},$$

где операторы $\mathfrak{x}_{jk}(w)=U_{jk}w\,\partial_w$ $\forall w\in\mathbb{C}^n$, *числа* $\mu_{jkl}=\mathfrak{x}_{jk}\Psi_l(w)$, $k=\overline{1,s_j}$, $j=\overline{1,m}$, *а функции* $\Psi_l\colon\Omega\to\mathbb{C}$ *находятся из функциональной системы*

$$\nu^l w=\sum_{\delta=1}^{l}\binom{l-1}{\delta-1}\Psi_\delta(w)\nu^{l-\delta}w\quad \forall w\in\Omega,\quad l=\overline{1,\varkappa-1},\quad \Omega\subset\{w\colon \nu^0w\neq 0\}.$$

Работа поддержана БРФФИ, грант Ф11М–206.

Литература

1. Проневич А. Ф., Павлючик П. Б. *Об интегралах линейных неавтономных многомерных дифференциальных систем, интегрируемых в замкнутой форме* // Проблемы физики, математики и техники. 2015. №2 (23). С. 65–71.

2. Darboux G. *Mémoire sur les équations differentielles algebriques du premier ordre et du premier degré* // Bulletin des Sciences Mathématiques. 1878. Vol. 2. P. 60–96, 123–144, 151–200.

3. Горбузов В. Н. *Интегралы дифференциальных систем.* Гродно: ГрГУ, 2006.

4. Амелькин В. В. *Автономные и линейные многомерные дифференциальные уравнения.* М.: Едиториал УРСС, 2003.

5. Гайшун, И. В. *Вполне разрешимые многомерные дифференциальные уравнения.* М.: Едиториал УРСС, 2004.

6. Хорн Р. *Матричный анализ.* М.: Мир, 1989.

О МЕТОДЕ НЕПРЕРЫВНЫХ ДРОБЕЙ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ОДНОГО УРАВНЕНИЯ РИККАТИ

Н.Я. Радыно

Белорусский государственный университет, Минск, Беларусь

Предлагается подход к решению уравнения Риккати в терминах непрерывных дробей. Рассматриваемый подход основан на идеях Л. Эйлера [1] и А. А. Маркова [2].

Задача, о которой идет речь, состоит в следующем. Некоторая непрерывная дробь, представляет решение задачи Коши

$$z'=\frac{az-z^2+x^2}{ax},\quad z(0)=a,$$

где a — вещественное число. Требуется указать простой алгоритм вычисления элементов этой непрерывной дроби.

Литература

1. *История математики с древнейших времен до начала XIX столетия.* Т.3., (под ред. А. П. Юшкевича). М.: Наука, 1972. С. 377.

2. Марков А. А. *Избранные труды по теории непрерывных дробей и теории функций наименее уклоняющихся от нуля.* М.–Л.: ОГИЗ, ГИТТЛ, 1948.

ОБ ОДНОМ СЛУЧАЕ В ЗАДАЧЕ ДВИЖЕНИЯ ЧЕТЫРЕХ ТЕЛ В ПЛОСКОСТИ

А.Т. Сазонова, Т.Н. Ванькова

Гродненский государственный университет им. Я. Купалы, Гродно, Беларусь
{sazonova, vankova_tn}@grsu.by

В работах [1–3] рассмотрена проблематика движения многих тел в разрезе плоской задачи движения четырех тел. Найдены необходимые условия для того, чтобы общее решение соответствующих им систем было мероморфной функцией, которые включают 142 набора констант взаимодействия. Важно рассмотреть каждый из наборов и изучить аналитические свойства соответствующих систем. В данной работе рассмотрим случай, когда три константы взаимодействия обращаются в нуль, а три оставшиеся принимают значение, равное 0.5.

Рассматривается система трех дифференциальных уравнений, связанных с плоской задачей четырех тел

$$\ddot{x} = -2d\frac{(\dot{x}+V)(\dot{x}+\dot{y}+\dot{z}-V)}{2x+y+z},$$

$$\ddot{y} = -2e\frac{(\dot{y}+V)(\dot{x}+\dot{y}+\dot{z}-V)}{x+2y+z},$$

$$\ddot{z} = -2f\frac{(\dot{z}+V)(\dot{x}+\dot{y}+\dot{z}-V)}{x+y+2z}. \tag{1}$$

Наряду с исходной системой (1) будем рассматривать упрощенную систему, полученную путем замены (t,x,y,z) на $(\epsilon t, \epsilon x, \epsilon y, \epsilon z)$, ϵ — параметр, в системе (1)

$$\ddot{x} = -2d\frac{\dot{x}(\dot{x}+\dot{y}+\dot{z})}{2x+y+z}, \quad \ddot{y} = -2e\frac{\dot{y}(\dot{x}+\dot{y}+\dot{z})}{x+2y+z}, \quad \ddot{z} = -2f\frac{\dot{z}(\dot{x}+\dot{y}+\dot{z})}{x+y+2z}. \tag{2}$$

При подстановке в (2) $x=\alpha t^{-s}$, $y=\beta t^{-s}$, $z=\gamma t^{-s}$ находим $s=-1$, $s=-2/(2+d+ + e+f)$, а коэффициенты α,β,γ удовлетворяют системе линейных однородных уравнений

$$2(s+1+ds)\alpha+(s+1+2ds)\beta+(s+1+2ds)\gamma=0,$$

$$(s+1+2es)\alpha+2(s+1+es)\beta+(s+1+2es)\gamma=0,$$

$$(s+1+2fs)\alpha+(s+1+2fs)\beta+2(s+1+fs)\gamma=0,$$

где $d,e,f\in\{-2,-1.5,-1,-0.5,0\}$.

Таким образом, решение системы (2) будем искать в виде

$$x=\alpha t^{-s}+\ldots+h_1t^{r-s}+\ldots, \quad y=\beta t^{-s}+\ldots+h_2t^{r-s}+\ldots, \quad z=\gamma t^{-s}+\ldots+h_3t^{r-s}+\ldots$$

Тогда для набора значений $d=e=f=-0.5$ и соответствующего ему значения $s=-4$, $\alpha=\beta=\gamma$ будем иметь следующие резонансы: $r_1=0$, $r_2=-1$, $r_3=-1$, $r_4=-1$, $r_5=-3$, $r_6=-3$.